বিষয়ঃ উচ্চতর গণিত (সৃজনশীল)

বিষয় কোডঃ ১২৬ পূর্ণমান: ৫০

[২০১৮ সালের সিলেবাস অনুসারে]

[উত্তরপত্র মূল্যায়নের নম্বর প্রদান নির্দেশিকা (Rubrics) ও নমুনা উত্তর (Model Answer)]

১ নং প্রশ্নের উত্তর

প্রশ্ন নং	দক্ষতা	নম্বর	শিক্ষার্থীরা পারবে	প্রত্যাশিত উত্তরের নমুনা
১ ক	সহজ	২	ডোম F নির্ণয় করতে	$F(x)=\sqrt{1-2x}\in R$ **হবে যদি** $1-2x\ge 0$ **বা** $1\ge 2x$ **বা,** $x\le \frac{1}{2}$ **হয়।** $\therefore$ **ডোম** $F=\{x\in R: x\le \frac{1}{2}\}$
		১	ডোম F নির্ণয়ের জন্য শর্ত বের করতে	$F(x)=\sqrt{1-2x}\in R$ **হবে যদি** $1-2x\ge 0$ **বা** $1\ge 2x$ **বা** $x\le \frac{1}{2}$ **হয়।**
১খ	মধ্যম	৪	$F^{-1}(x)$ এক-এক ফাংশন কিনা তা নির্ধারণ করতে	$F(x)=\sqrt{1-2x}$ ধরি, $y=\sqrt{1-2x}$ অর্থাৎ $F(x)=y$ বা $x=F^{-1}(y)$ .....(1) আবার $y=\sqrt{1-2x}$ বা, $y^2=1-2x$ বা, $2x=1-y^2$ বা, $x=\frac{1-y^2}{2}$ .....(2) (1) এবং (2) হতে পাই, $F^{-1}(y)=\frac{1-y^2}{2}$ $\therefore$ $F^{-1}(x)=\frac{1-x^2}{2}$ $F(x)=\sqrt{1-2x}$ **বলে রেঞ্জ** $F=R_+$ $\therefore$ **ডোম** $F^{-1}=R_+$ [$\because F(x)$ **এর রেঞ্জ =** $F^{-1}(x)$ **এর ডোমেন**] **যেকোনো** $x_1\in$ **ডোম** F^{-1} **এবং** $x_2\in$ **ডোম** F^{-1} **এর জন্য** $F^{-1}(x)$ **এক-এক ফাংশন হবে যদি** $F^{-1}(x_1)=F^{-1}(x_2)$ **হলে** $x_1=x_2$ **হয়।** $F^{-1}(x_1)=F^{-1}(x_2)$ **বা ,** $\frac{1-x_1^2}{2}=\frac{1-x_2^2}{2}$ **বা,** $1-x_1^2=1-x_2^2$ **বা,** $x_1^2=x_2^2$ $\therefore$ $x_1=x_2$ $\therefore F^{-1}(x)$ **এক-এক ফাংশন ।** **দ্রষ্টব্য:** **তবে, ডোম** $F^{-1}=R$ **লিখে** $F^{-1}(x)$ **<u>এক-এক ফাংশন নয়</u> প্রমাণ করলে 3 নম্বর পাবে।**
		৩	$F^{-1}(x)$ এক-এক ফাংশন কিনা তা নির্ধারণের জন্য শর্ত লিখতে	$F(x)=\sqrt{1-2x}$ ধরি, $y==\sqrt{1-2x}$ অর্থাৎ $F(x)=y$ বা $x=F^{-1}(y)$ .....(1) আবার $y=\sqrt{1-2x}$ বা, $y^2=1-2x$ বা, $2x=1-y^2$ বা, $x=\frac{1-y^2}{2}$ .....(2) (1) এবং (2) হতে পাই, $F^{-1}(y)=\frac{1-y^2}{2}$ $\therefore$ $F^{-1}(x)=\frac{1-x^2}{2}$ $F(x)=\sqrt{1-2x}$ **বলে রেঞ্জ** $F=R_+$ $\therefore$ **ডোম** $F^{-1}=R_+$ [$\because F(x)$ **এর রেঞ্জ =** $F^{-1}(x)$ **এর ডোমেন**] **যেকোনো** $x_1\in$ **ডোম** F^{-1} **এবং** $x_2\in$ **ডোম** F^{-1} **এর জন্য** $F^{-1}(x)$ **এক-এক ফাংশন হবে যদি** $F^{-1}(x_1)=F^{-1}(x_2)$ **হলে** $x_1=x_2$ **হয়।**

		২	$F^{-1}(x)$ এক-এক ফাংশন কিনা তা নির্ধারণের জন্য $F^{-1}(x)$ এর ডোমেন নির্ণয় করতে	$F(x)=\sqrt{1-2x}$ ধরি, $y==\sqrt{1-2x}$ অর্থাৎ $F(x)=y$ বা $x=F^{-1}(y)$ .....(1) আবার $y=\sqrt{1-2x}$ বা, $y^2=1-2x$ বা, $2x=1-y^2$ বা, $x=\dfrac{1-y^2}{2}$ .....(2) অর্থাৎ (1) এবং (2) হতে পাই, $F^{-1}(y)=\dfrac{1-y^2}{2}$ $\therefore\ F^{-1}(x)=\dfrac{1-x^2}{2}$ $F(x)=\sqrt{1-2x}$ **বলে রেঞ্জ** $F=R_+$ $\therefore$ **ডোম** $F^{-1}=R_+$
		১	$F^{-1}(x)$ নির্ণয় করতে/ এক-এক ফাংশনের শর্ত লিখতে	$F(x)=\sqrt{1-2x}$ ধরি, $y=\sqrt{1-2x}$ অর্থাৎ $F(x)=y$ বা $x=F^{-1}(y)$ .....(1) আবার $y=\sqrt{1-2x}$ বা, $y^2=1-2x$ বা, $2x=1-y^2$ বা, $x=\dfrac{1-y^2}{2}$ .....(2) (1) এবং (2) হতে পাই, $F^{-1}(y)=\dfrac{1-y^2}{2}$ $\therefore F^{-1}(x)=\dfrac{1-x^2}{2}$ **অথবা,** **যেকোনো** $x_1\in$ **ডোম** F^{-1} **এবং** $x_2\in$ **ডোম** F^{-1} **এর জন্য** $F^{-1}(x)$ **এক-এক ফাংশন হবে যদি** $F^{-1}(x_1)=F^{-1}(x_2)$ হলে $x_1=x_2$ হয়।
১ গ	কঠিন	৪	$Q(x)$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করতে	দেওয়া আছে, $Q(x)=\dfrac{x^2}{x^2-16}=\dfrac{x^2}{(x+4)(x-4)}$ ধরি $\dfrac{x^2}{(x+4)(x-4)}\equiv 1+\dfrac{A}{x+4}+\dfrac{B}{x-4}$ বা, $x^2\equiv(x+4)(x-4)+A(x-4)+B(x+4)$.. .... (1) এটি একটি অভেদ যা x এর সকল বাস্তব মানের জন্য সত্য। (1) নং এ $x=-4$ বসালে ,$16=0+A(-4-4)+0$ বা, $A=-2$ আবার, $x=4$ বসালে , $16=0+0+B(4+4)$ বা, $B=2$ $\therefore \dfrac{x^2}{(x+4)(x-4)}=1-\dfrac{2}{x+4}+\dfrac{2}{x-4}$ [আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশিত হলো]
		৩	$Q(x)$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করার জন্য A অথবা B নির্ণয় করতে	দেওয়া আছে, $Q(x)=\dfrac{x^2}{x^2-16}=\dfrac{x^2}{(x+4)(x-4)}$ ধরি $\dfrac{x^2}{(x+4)(x-4)}\equiv 1+\dfrac{A}{x+4}+\dfrac{B}{x-4}$ বা, $x^2\equiv(x+4)(x-4)+A(x-4)+B(x+4)$.. .... (1) এটি একটি অভেদ যা x এর সকল বাস্তব মানের জন্য সত্য। (1) নং এ $x=-4$ বসালে ,$16=0+A(-4-4)+0$ বা, $A=-2$ অথবা, $x=4$ বসালে , $16=0+0+B(4+4)$ বা, $B=2$
		২	$Q(x)$ কে অভেদ আকারে প্রকাশ করতে	দেওয়া আছে, $Q(x)=\dfrac{x^2}{x^2-16}=\dfrac{x^2}{(x+4)(x-4)}$ ধরি $\dfrac{x^2}{(x+4)(x-4)}\equiv 1+\dfrac{A}{x+4}+\dfrac{B}{x-4}$ বা, $x^2\equiv(x+4)(x-4)+A(x-4)+B(x+4)$.. .... (1) এটি একটি অভেদ যা x এর সকল বাস্তব মানের জন্য সত্য।
		১	$Q(x)$ এর হরকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করতে	দেওয়া আছে, $Q(x)=\dfrac{x^2}{x^2-16}=\dfrac{x^2}{(x+4)(x-4)}$

<u>২ নং প্রশ্নের উত্তর</u>

প্রশ্ন নং	দক্ষতা	নম্বর	শিক্ষার্থীরা পারবে	প্রত্যাশিত উত্তরের নমুনা
২ক	সহজ	২	p^{-1} নির্ণয় করতে	দেওয়া আছে, $P=1+\log_a(bc)$ বা, $P=\log_a a+\log_a(bc)$ বা, $P=\log_a(abc)$ বা, $\frac{1}{p}=\frac{1}{\log_a(abc)}$ $\therefore\ p^{-1}=\log_{abc}a$
		১	$P=\log_a(abc)$ নির্ণয় করতে / $p^{-1}=\frac{1}{1+\log_a(bc)}$ উল্লেখ করতে	দেওয়া আছে, $P=1+\log_a(bc)$ বা, $P=\log_a a+\log_a(bc)$ বা, $P=\log_a(abc)$ <u>অথবা,</u> $p^{-1}=\frac{1}{1+\log_a(bc)}$
২খ	মধ্যম	৪	লগারিদমীয় সমীকরণ প্রমাণ করতে	ক হতে পাই, $P=\log_a(abc)$ আবার, $q=1+\log_b(ca)$ বা, $q=\log_b b+\log_b(ca)$ বা, $q=\log_b(abc)$ আবার, $r=1+\log_c(ab)$ বা, $r=\log_c c+\log_c(ab)$ বা, $r=\log_c(abc)$ L.H.S.= $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{r}$ $=\frac{1}{\log_a(abc)}+\frac{1}{\log_b(abc)}+\frac{1}{\log_c(abc)}$ $=\log_{abc}a+\log_{abc}b+\log_{abc}c$ $=\log_{abc}(abc)$ =1 =RHS [Proved]
		৩	লগারিদমীয় সমীকরণ প্রমাণ করার জন্য বামপক্ষের মান $\log_{abc}(abc)$ নির্ণয় করতে	ক হতে পাই, $P=\log_a(abc)$ আবার, $q=1+\log_b(ca)$ বা, $q=\log_b b+\log_b(ca)$ বা, $q=\log_b(abc)$ আবার, $r=1+\log_c(ab)$ বা, $r=\log_c c+\log_c(ab)$ বা, $r=\log_c(abc)$ L.H.S.= $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{r}$ $=\frac{1}{\log_a(abc)}+\frac{1}{\log_b(abc)}+\frac{1}{\log_c(abc)}$ $=\log_{abc}a+\log_{abc}b+\log_{abc}c$ $=\log_{abc}(abc)$
		২	লগারিদমীয় সমীকরণ প্রমাণ করার জন্য q ও r এর মান নির্ণয় করতে	ক হতে পাই, $P=\log_a(abc)$ আবার, $q=1+\log_b(ca)$ বা, $q=\log_b b+\log_b(ca)$ বা, $q=\log_b(abc)$ আবার, $r=1+\log_c(ab)$ বা, $r=\log_c c+\log_c(ab)$ বা, $r=\log_c(abc)$
		১	লগারিদমীয় সমীকরণ প্রমাণ করার জন্য q অথবা r এর মান নির্ণয় করতে	ক হতে পাই, $P=\log_a(abc)$ আবার, $q=1+\log_b(ca)$ বা, $q=\log_b b+\log_b(ca)$ বা, $q=\log_b(abc)$ / অথবা, $r=1+\log_c(ab)$ বা, $r=\log_c c+\log_c(ab)$ বা, $r=\log_c(abc)$
২গ	কঠিন	৪	লগারিদমীয় সমীকরণ প্রমাণ করতে	দেওয়া আছে, $x^2+y^2=7xy$ বা, $x^2+y^2+2xy=7xy+2xy$ বা, $(x+y)^2=9xy$ বা, $\frac{(x+y)^2}{9}=xy$ বা, $\left(\frac{x+y}{3}\right)^2=xy$ বা, $\log\left(\frac{x+y}{3}\right)^2=\log(xy)$ বা, $2\log\left(\frac{x+y}{3}\right)=\log x+\log y$ বা, $\log\left(\frac{x+y}{3}\right)=\frac{1}{2}(\log x+\log y)$ [Proved]

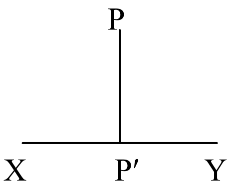
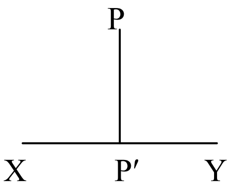
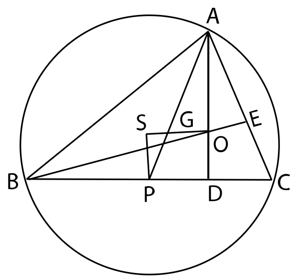
		৩	লগারিদমীয় সমীকরণ প্রমাণ করার জন্য $2\log\left(\frac{x+y}{3}\right) = \log x + \log y$ নির্ণয় করতে	দেওয়া আছে, $x^2+y^2=7xy$ বা, $x^2+y^2+2xy=7xy+2xy$ বা, $(x+y)^2=9xy$ বা, $\frac{(x+y)^2}{9}=xy$ বা, $\left(\frac{x+y}{3}\right)^2=xy$ বা, $\log\left(\frac{x+y}{3}\right)^2=\log(xy)$ বা, $\log\left(\frac{x+y}{3}\right)^2=\log x+\log y$
		২	লগারিদমীয় সমীকরণ প্রমাণ করার জন্য $\left(\frac{x+y}{3}\right)^2=xy$ নির্ণয় করতে	দেওয়া আছে, $x^2+y^2=7xy$ বা, $x^2+y^2+2xy=7xy+2xy$ বা, $(x+y)^2=9xy$ বা, $\frac{(x+y)^2}{9}=xy$ বা, $\left(\frac{x+y}{3}\right)^2=xy$
		১	লগারিদমীয় সমীকরণ প্রমাণ করার জন্য $(x+y)^2=9xy$ নির্ণয় করতে	দেওয়া আছে, $x^2+y^2=7xy$ বা, $x^2+y^2+2xy=7xy+2xy$ বা, $(x+y)^2=9xy$

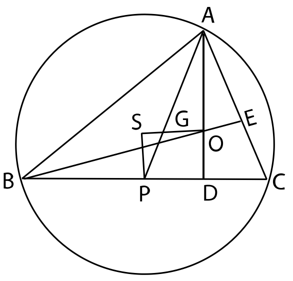
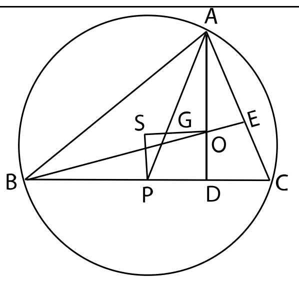
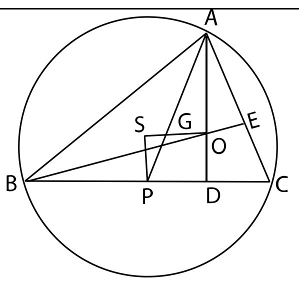
<u>৩ নং প্রশ্নের উত্তর</u>

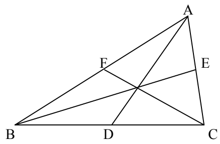
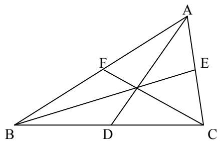
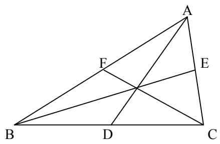
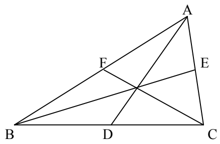
প্রশ্ন নং	দক্ষতা	নম্বর	শিক্ষার্থীরা পারবে	প্রত্যাশিত উত্তরের নমুনা
৩ক	সহজ	২	$\left(2+\frac{x}{4}\right)^6$ কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃতি করতে	$\left(2+\frac{x}{4}\right)^6=2^6+{}^6c_1 2^{6-1}\left(\frac{x}{4}\right)^1+{}^6c_2 2^{6-2}\left(\frac{x}{4}\right)^2+{}^6c_3 2^{6-3}\left(\frac{x}{4}\right)^3+\dots\dots$ $=64+6.32\left(\frac{x}{4}\right)+15.16.\frac{x^2}{16}+20.8.\frac{x^3}{64}+\dots\dots$ $=64+48x+15x^2+\frac{5}{2}x^3+\dots\dots$
		১	$\left(2+\frac{x}{4}\right)^6$ এর বিস্তৃতির জন্য দ্বিপদী উপপাদ্য প্রয়োগ করতে	$\left(2+\frac{x}{4}\right)^6=2^6+{}^6c_1 2^{6-1}\left(\frac{x}{4}\right)^1+{}^6c_2 2^{6-2}\left(\frac{x}{4}\right)^2+{}^6c_3 2^{6-3}\left(\frac{x}{4}\right)^3+\dots\dots$
৩খ	মধ্যম	৪	দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে $\left(k-\frac{y}{3}\right)^7$ কে বিস্তৃতি করে y এর মান নির্ণয় করতে	$\left(k-\frac{y}{3}\right)^7=k^6+{}^7c_1k^{7-1}\left(-\frac{y}{3}\right)^1+{}^7c_2k^{7-2}\left(-\frac{y}{3}\right)^2+{}^7c_3k^{7-3}\left(-\frac{y}{3}\right)^3+{}^7c_4k^{7-4}\left(-\frac{y}{3}\right)^4+\dots$ $=k^7-\frac{7}{3}yk^6+\frac{7}{3}y^2k^5-\frac{35}{27}y^3k^4+\frac{35}{81}y^4k^3-\dots\dots$ k^3 এর সহগ $\frac{35}{81}y^4$ প্রশ্নমতে, $\frac{35}{81}y^4=560$ বা, $35y^4=45360$ বা, $y^4=1296$ বা, $y=\pm6$
		৩	দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে $\left(k-\frac{y}{3}\right)^7$ কে বিস্তৃতি করে k^3 এর সহগ নির্ণয় করতে	$\left(k-\frac{y}{3}\right)^7=k^6+{}^7c_1k^{7-1}\left(-\frac{y}{3}\right)^1+{}^7c_2k^{7-2}\left(-\frac{y}{3}\right)^2+{}^7c_3k^{7-3}\left(-\frac{y}{3}\right)^3+{}^7c_4k^{7-4}\left(-\frac{y}{3}\right)^4+\dots$ $=k^7-\frac{7}{3}yk^6+\frac{7}{3}y^2k^5-\frac{35}{27}y^3k^4+\frac{35}{81}y^4k^3-\dots\dots$ k^3 এর সহগ $\frac{35}{81}y^4$

		২	দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে $\left(k-\frac{y}{3}\right)^7$ কে বিস্তৃতি করতে	$\left(k-\frac{y}{3}\right)^7 = k^6 + {}^7c_1k^{7-1}\left(-\frac{y}{3}\right)^1 + {}^7c_2k^{7-2}\left(-\frac{y}{3}\right)^2 + {}^7c_3k^{7-3}\left(-\frac{y}{3}\right)^3 + {}^7c_4k^{7-4}\left(-\frac{y}{3}\right)^4 + \ldots$ $= k^7 - \frac{7}{3}yk^6 + \frac{7}{3}y^2k^5 - \frac{35}{27}y^3k^4 + \frac{35}{81}y^4k^3 - \ldots\ldots$
		১	$\left(k-\frac{y}{3}\right)^7$ এর বিস্তৃতির জন্য দ্বিপদী উপপাদ্য প্রয়োগ করতে	$\left(k-\frac{y}{3}\right)^7 = k^6 + {}^7c_1k^{7-1}\left(-\frac{y}{3}\right)^1 + {}^7c_2k^{7-2}\left(-\frac{y}{3}\right)^2 + {}^7c_3k^{7-3}\left(-\frac{y}{3}\right)^3 + {}^7c_4k^{7-4}\left(-\frac{y}{3}\right)^4 + \ldots$
৩ গ	কঠিন	৪	ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় করতে	এখানে প্রথম পদ, $a = \frac{1}{2x+1}$, সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{\frac{1}{(2x+1)^2}}{\frac{1}{2x+1}} = \frac{1}{2x+1}$ অসীমতক সমষ্টি, $S_\alpha = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{2x+1}}{1-\frac{1}{2x+1}} = \frac{\frac{1}{2x+1}}{\frac{2x+1-1}{2x+1}} = \frac{1}{2x+1} \times \frac{2x+1}{2x} = \frac{1}{2x}$ **বি.দ্র.: প্রশ্নটি ত্রুটিপূর্ণ বিধায় শর্ত ছাড়া ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় করলে পরীক্ষার্থী পূর্ণ নম্বর পাবে। প্রশ্নের দুর্বলতার কারণে পরীক্ষার্থীর উত্তরে শর্ত প্রত্যাশা করা অযৌক্তিক। সে বিবেচনায় মূল্যায়নে নির্ভরযোগ্যতা নিশ্চিত করার লক্ষ্যে Rubrics এ কিছুটা পরিবর্তন আনা হয়েছে। তবে শর্ত বের করে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় করলেও পূর্ণ নম্বর পাবে ।**
		৩	ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় করে, অসীমতক সমষ্টির সূত্র লিখে a এবং r এর মান বসাতে	এখানে প্রথম পদ, $a = \frac{1}{2x+1}$, সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{\frac{1}{(2x+1)^2}}{\frac{1}{2x+1}} = \frac{1}{2x+1}$ $\therefore$ অসীমতক সমষ্টি, $S_\alpha = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{2x+1}}{1-\frac{1}{2x+1}}$
		২	ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় করে অসীমতক সমষ্টির সূত্র লিখতে	এখানে প্রথম পদ, $a = \frac{1}{2x+1}$, সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{\frac{1}{(2x+1)^2}}{\frac{1}{2x+1}} = \frac{1}{2x+1}$, $\therefore$ অসীমতক সমষ্টি, $S_\alpha = \frac{a}{1-r}$
		১	অসীম ধারার সাধারণ অনুপাত, r এর মান নির্ণয় করতে / ধারাটির অসীমতক সমষ্টির সূত্র লিখতে	এখানে প্রথম পদ, $a = \frac{1}{2x+1}$, সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{\frac{1}{(2x+1)^2}}{\frac{1}{2x+1}} = \frac{1}{2x+1}$ অথবা , অসীমতক সমষ্টি, $S_\alpha = \frac{a}{1-r}$

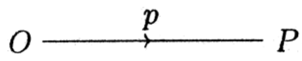
৪নং প্রশ্নের উত্তর

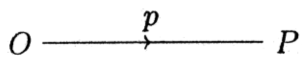
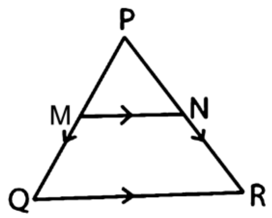
প্রশ্ন নং	দক্ষতা	নম্বর	শিক্ষার্থীরা পারবে	প্রত্যাশিত উত্তরের নমুনা
৪ক	সহজ	২	চিত্রসহ বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপের সংজ্ঞা লিখতে	বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপ ঃ কোনো নির্দিষ্ট সরলরেখার ওপর কোনো বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপ বলতে সেই বিন্দু থেকে উক্ত নির্দিষ্ট রেখার ওপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুকে বুঝায় ।  মনে করি XY একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা এবং P যেকোনো বিন্দু । P বিন্দু থেকে XY রেখার ওপর অঙ্কিত লম্ব PP′ এবং এই লম্বের পাদবিন্দু P′ । সুতরাং P′ বিন্দু XY রেখার ওপর P বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপ ।
		১	বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপের সংজ্ঞা লিখতে/ সঠিক চিত্র আঁকতে	বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপ ঃ কোনো নির্দিষ্ট সরলরেখার ওপর কোনো বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপ বলতে সেই বিন্দু থেকে উক্ত নির্দিষ্ট রেখার ওপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুকে বুঝায় । অথবা, 
৪ খ	মধ্যম	৪	ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু সমরেখ প্রমাণ করতে	**প্রশ্ন ত্রুটিপূর্ণ থাকায় নিম্নের যেকোনো উপায়ে প্রমাণ করলে পূর্ণ নম্বরপাবে ।** আমরা জানি, যেকোনো ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র , ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু সমরেখ । যেহেতু ΔABC এর পরিকেন্দ্র S , ভরকেন্দ্র G এবং লম্ববিন্দু O । সুতরাং S , G এবং O বিন্দু তিনটি সমরেখ । **অথবা,**  ΔABCএর লম্ব বিন্দু O, পরিকেন্দ্র S এবং ভরকেন্দ্র G । প্রমাণ করতে হবে যে S , G এবং O বিন্দু তিনটি সমরেখ । **প্রমাণ ঃ** G বিন্দু ভরকেন্দ্র না হলে ধরে নিই, G বিন্দু AP মধ্যমার ওপর অন্য একটি বিন্দু । ΔABC এর লম্ব বিন্দু O থেকে A শীর্ষের দূরত্ব OA এবং পরিকেন্দ্র S থেকে A শীর্ষের বিপরীত বাহু BC এর দূরত্ব SP । $\therefore OA = 2SP$.................................. (1) এখন যেহেতু AD ও SP উভয়ই BC এর ওপর লম্ব, সেহেতু $AD \parallel SP$. এখন $AD \parallel SP$ এবং AP এদের ছেদক । $\therefore \angle PAD = \angle APS$ [একান্তর কোণ] অর্থাৎ, $\angle OAG = \angle SPG$ এখন ΔAGO এবং ΔPGS এর মধ্যে $\angle AGO = \angle PGS$ [বিপ্রতপি কোণ] $\angle OAG = \angle SPG$ [একান্তর কোণ] $\therefore$ অবশিষ্ট $\angle AOG =$ অবশিষ্ট $\angle PSG$ $\therefore \Delta AGO$ এবং ΔPGS সদৃশ কোণী । সুতরাং, $\frac{AG}{GP} = \frac{OA}{SP}$ বা, $\frac{AG}{GP} = \frac{2SP}{SP}$ [(1)নং হতে] বা, $\frac{AG}{GP} = \frac{2}{1}$ $\therefore AG : GP = 2 : 1$অর্থাৎ G বিন্দু AP মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করেছে । $\therefore$ G বিন্দু ΔABC এর ভরকেন্দ্র । সুতরাং S , G এবং O বিন্দু তিনটি সমরেখ । (প্রমাণিত) অথবা, **পাঠ্যপুস্তকের মতো লিখে প্রমাণ করলেও পূর্ণ নম্বর পাবে।**
		৩		আমরা জানি, যেকোনো ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র , ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু সমরেখ ।

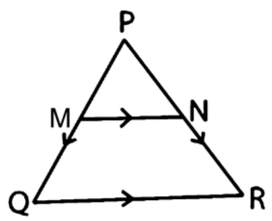
			যেকোনো ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র , ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু সমরেখ- প্রতিজ্ঞাটি লিখতে অথবা, দুইটি সদৃশকোণী ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলোর মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করতে	**অথবা,**  ABCএর লম্ব বিন্দু O, পরিকেন্দ্র S এবং ভরকেন্দ্র G । প্রমাণ করতে হবে যে S , G এবং O বিন্দু তিনটি সমরেখ । **প্রমাণ ঃ** G বিন্দু ভরকেন্দ্র না হলে ধরে নিই, G বিন্দু AP মধ্যমার ওপর অন্য একটি বিন্দু । ΔABC এর লম্ব বিন্দু O থেকে A শীর্ষের দূরত্ব OA এবং পরিকেন্দ্র S থেকে A শীর্ষের বিপরীত বাহু BC এর দূরত্ব SP । $\therefore OA = 2SP$.................................. (1) এখন যেহেতু AD ও SP উভয়ই BC এর ওপর লম্ব, সেহেতু $AD \parallel SP$. এখন $AD \parallel SP$ এবং AP এদের ছেদক । $\therefore \angle PAD = \angle APS$ [একান্তর কোণ] অর্থাৎ, $\angle OAG = \angle SPG$ এখন ΔAGO এবং ΔPGS এর মধ্যে $\angle AGO = \angle PGS$ [বিপ্রতপি কোণ] $\angle OAG = \angle SPG$ [একান্তর কোণ] $\therefore$ অবশিষ্ট $\angle AOG =$ অবশিষ্ট $\angle PSG$ $\therefore$ ΔAGO এবং ΔPGS সদৃশ কোণী । সুতরাং, $\frac{AG}{GP} = \frac{OA}{SP}$
		২	ΔAGO এবং ΔPGS সদৃশকোণী প্রমাণ করতে	 ABCএর লম্ব বিন্দু O, পরিকেন্দ্র S এবং ভরকেন্দ্র G । প্রমাণ করতে হবে যে S , G এবং O বিন্দু তিনটি সমরেখ । **প্রমাণ ঃ** G বিন্দু ভরকেন্দ্র না হলে ধরে নিই, G বিন্দু AP মধ্যমার ওপর অন্য একটি বিন্দু । ΔABC এর লম্ব বিন্দু O থেকে A শীর্ষের দূরত্ব OA এবং পরিকেন্দ্র S থেকে A শীর্ষের বিপরীত বাহু BC এর দূরত্ব SP । $\therefore OA = 2SP$.................................. (1) এখন যেহেতু AD ও SP উভয়ই BC এর ওপর লম্ব, সেহেতু $AD \parallel SP$. এখন $AD \parallel SP$ এবং AP এদের ছেদক । $\therefore \angle PAD = \angle APS$ [একান্তর কোণ] অর্থাৎ, $\angle OAG = \angle SPG$ এখন ΔAGO এবং ΔPGS এর মধ্যে $\angle AGO = \angle PGS$ [বিপ্রতপি কোণ] $\angle OAG = \angle SPG$ [একান্তর কোণ] $\therefore$ অবশিষ্ট $\angle AOG =$ অবশিষ্ট $\angle PSG$ $\therefore \Delta AGO$ এবং ΔPGS সদৃশ কোণী ।
		১	ত্রিভুজের লম্ববিন্দু থেকে শীর্ষের দূরত্ব ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র থেকে ঐ শীর্ষের বিপরীত বাহুর লম্ব দূরত্বের মধ্যে সম্পর্ক দেখাতে	 ABCএর লম্ব বিন্দু O, পরিকেন্দ্র S এবং ভরকেন্দ্র G । প্রমাণ করতে হবে যে S , G এবং O বিন্দু তিনটি সমরেখ । **প্রমাণ ঃ** G বিন্দু ভরকেন্দ্র না হলে ধরে নিই, G বিন্দু AP মধ্যমার ওপর অন্য একটি বিন্দু । ΔABC এর লম্ব বিন্দু O থেকে A শীর্ষের দূরত্ব OA এবং পরিকেন্দ্র S থেকে A শীর্ষের বিপরীত বাহু BC এর দূরত্ব SP । $\therefore OA = 2SP$

৪ গ	কঠিন	৪	ত্রিভুজের বাহু ও মধ্যমার মধ্যে সম্পর্ক প্রমাণ করতে	 মনে করি, ΔABC এর BC, CA ও AB বাহুর ওপর মধ্যমা যথাক্রমে AD, BE ও CF প্রমাণ করতে হবে যে, $3(AB^2 + AC^2+ BC^2) =4(AD^2 + BE^2 +CF^2)$ প্রমাণ ঃ ΔABC এর মধ্যমা AD হলে, $AB^2 + AC^2 = 2 (AD^2 + BD^2)$ ...... (i) ΔABC এর মধ্যমা BEহলে , $AB^2 + BC^2 = 2 (AE^2 + BE^2)$ ...... (ii) ΔABC এর মধ্যমা CF হলে , $BC^2 + AC^2 = 2 (CF^2 + AF^2)$ ...... (iii) (i), (ii) এবং (iii) যোগ করে পাই, $2(AB^2 + AC^2+ BC^2) = 2AD^2 + 2BD^2+2AE^2 + 2BE^2+2CF^2 + 2AF^2$ বা, $4(AB^2 + AC^2+ BC^2) = 4AD^2 + 4BD^2+4AE^2 + 4BE^2+ 4CF^2 + 4AF^2$ বা, $4(AB^2 + AC^2+ BC^2) = 4AD^2 + 4.\frac{1}{4}.BC^2 + 4.\frac{1}{4}.AC^2+ 4BE^2+ 4CF^2 + 4.\frac{1}{4}.AB^2$ বা, $4(AB^2 + AC^2+ BC^2) = 4AD^2 + BC^2 + AC^2+ 4BE^2+ 4CF^2 + AB^2$ বা, $3(AB^2 + AC^2+ BC^2) =4(AD^2 + BE^2 +CF^2)$ [প্রমাণিত]
		৩	ত্রিভুজের বাহু ও মধ্যমার মধ্যে সম্পর্ক প্রমাণ করার জন্য পৃথকভাবে ত্রিভুজের মধ্যমা ও বাহুর মধ্যে তিনটি সম্পর্ক নির্ণয় করে যোগফলের প্রয়োগ দেখাতে	 মনে করি, ΔABC এর BC, CA ও AB বাহুর ওপর মধ্যমা যথাক্রমে AD, BE ও CF প্রমাণ করতে হবে যে, $3(AB^2 + AC^2+ BC^2) =4(AD^2 + BE^2 +CF^2)$ প্রমাণ ঃ ΔABC এর মধ্যমা AD হলে, $AB^2 + AC^2 = 2 (AD^2 + BD^2)$ ...... (i) ΔABC এর মধ্যমা BEহলে , $AB^2 + BC^2 = 2 (AE^2 + BE^2)$ ...... (ii) ΔABC এর মধ্যমা CF হলে , $BC^2 + AC^2 = 2 (CF^2 + AF^2)$ ...... (iii) (i), (ii) এবং (iii) যোগ করে পাই, $2(AB^2 + AC^2+ BC^2) = 2AD^2 + 2BD^2+2AE^2 + 2BE^2+2CF^2 + 2AF^2$ বা, $4(AB^2 + AC^2+ BC^2) = 4AD^2 + 4BD^2+4AE^2 + 4BE^2+ 4CF^2 + 4AF^2$ বা, $4(AB^2 + AC^2+ BC^2) = 4AD^2 + 4.\frac{1}{4}.BC^2 + 4.\frac{1}{4}.AC^2+ 4BE^2+ 4CF^2 + 4.\frac{1}{4}.AB^2$
		২	পৃথকভাবে ত্রিভুজের মধ্যমা ও বাহুর মধ্যে তিনটি সম্পর্ক নির্ণয় করে যোগ দেখাতে	 নে করি, ΔABC এর BC, CA ও AB বাহুর ওপর মধ্যমা যথাক্রমে AD, BE ও CF প্রমাণ করতে হবে যে, $3(AB^2 + AC^2+ BC^2) =4(AD^2 + BE^2 +CF^2)$ প্রমাণ ঃ ΔABC এর মধ্যমা AD হলে, $AB^2 + AC^2 = 2 (AD^2 + BD^2)$ ...... (i) ΔABC এর মধ্যমা BEহলে , $AB^2 + BC^2 = 2 (AE^2 + BE^2)$ ...... (ii) ΔABC এর মধ্যমা CF হলে , $BC^2 + AC^2 = 2 (CF^2 + AF^2)$ ...... (iii) (i), (ii) এবং (iii) যোগ করে পাই, $2(AB^2 + AC^2+ BC^2) = 2AD^2 + 2BD^2+2AE^2 + 2BE^2+2CF^2 + 2AF^2$
		১	কমপক্ষে একবার এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য প্রয়োগ করতে	 মনে করি, ΔABC এর BC, CA ও AB বাহুর ওপর মধ্যমা যথাক্রমে AD, BE ও CF প্রমাণ করতে হবে যে, $3(AB^2 + AC^2+ BC^2) =4(AD^2 + BE^2 +CF^2)$ প্রমাণ ঃ ΔABC এর মধ্যমা AD হলে, $AB^2 + AC^2 = 2 (AD^2 + BD^2)$ ...... (i) **অথবা,** ΔABC এর মধ্যমা BEহলে , $AB^2 + BC^2 = 2 (AE^2 + BE^2)$ ...... (ii) **অথবা,** ΔABC এর মধ্যমা CF হলে , $BC^2 + AC^2 = 2 (CF^2 + AF^2)$ ...... (iii)

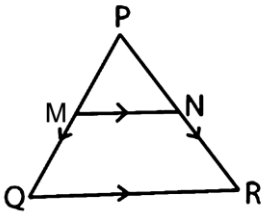
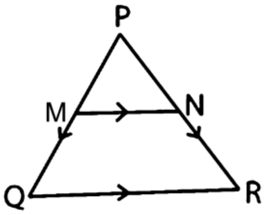
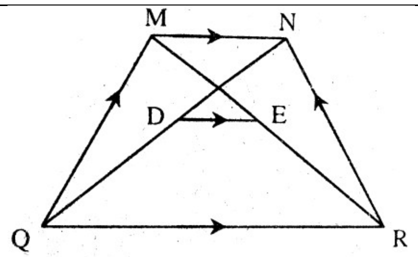
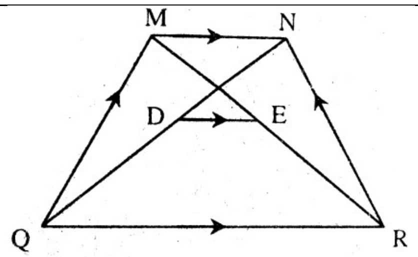
<u>**৫নং প্রশ্নের উত্তর**</u>

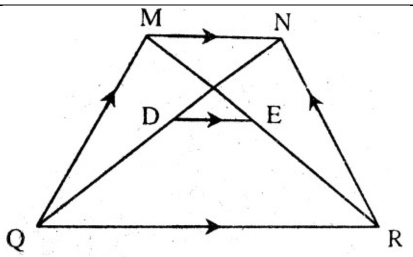
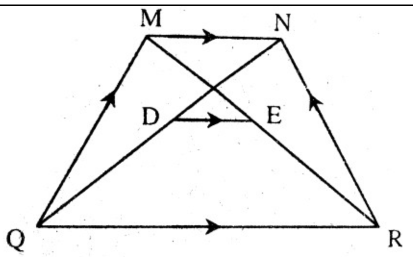
<table>
<tr><th>প্রশ্ন নং</th><th>দক্ষতা</th><th>নম্বর</th><th>শিক্ষার্থীরা পারবে</th><th>প্রত্যাশিত উত্তরের নমুনা</th></tr>
<tr><td rowspan="2">৫ ক</td><td rowspan="2">সহজ</td><td>২</td><td>চিত্রসহ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টরের সংজ্ঞা লিখতে</td><td>অবস্থান ভেক্টর ঃ সমতলস্থ কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু O সাপেক্ষে ঐ সমতলের যেকোনো P বিন্দুর অবস্থান $\overrightarrow{OP}$ দ্বারা নির্দিষ্ট করা যায় ।


$\overrightarrow{OP}$ কে O বিন্দু সাপেক্ষে P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর বলা হয় ।</td></tr>
<tr><td>১</td><td>বিন্দুর অবস্থান ভেক্ট রর সংজ্ঞা লিখতে / সঠিক চিত্র আঁকতে</td><td>অবস্থান ভেক্টর ঃ সমতলস্থ কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু O সাপেক্ষে ঐ সমতলের যেকোনো P বিন্দুর অবস্থান $\overrightarrow{OP}$ দ্বারা নির্দিষ্ট করা যায় । $\overrightarrow{OP}$ কে O বিন্দু সাপেক্ষে P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর বলা হয় ।
<u>**অথবা,**</u>

</td></tr>
<tr><td rowspan="2">৫ খ</td><td rowspan="2">মধ্যম</td><td>৪</td><td>ভেক্টরের মাধ্যমে $MN = \frac{1}{2}QR$ প্রমাণ করতে</td><td>

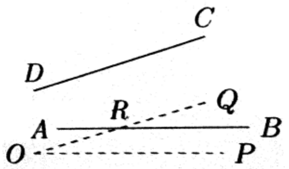
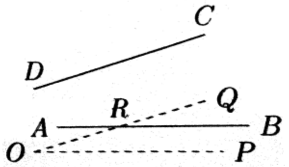
ΔPQR এ PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N ।
M, N যোগ করি । প্রমাণ করতে হবে যে, $MN = \frac{1}{2}QR$
প্রমাণ ঃ ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে,
$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM}$...... (i) এবং $\overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR} - \overrightarrow{PQ}$...... (ii)
কিন্তু $\overrightarrow{PR} = 2\overrightarrow{PN}$ এবং $\overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{PM}$ [PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N]
$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM}$ হতে পাই
$= \frac{1}{2}\overrightarrow{PR} - \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ}$
$= \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{PR} - \overrightarrow{PQ}\right)$ $\therefore \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{QR}$
এখন , $\left|\overrightarrow{MN}\right| = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{QR}\right|$ $\therefore MN = \frac{1}{2}QR$ [প্রমাণিত]</td></tr>
<tr><td>৩</td><td>ভেক্টরের মাধ্যমে $MN = \frac{1}{2}QR$ প্রমাণ করার জন্য $\overrightarrow{PR} = 2\overrightarrow{PN}$ ও $\overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{PM}$ নির্ণয় করতে</td><td>

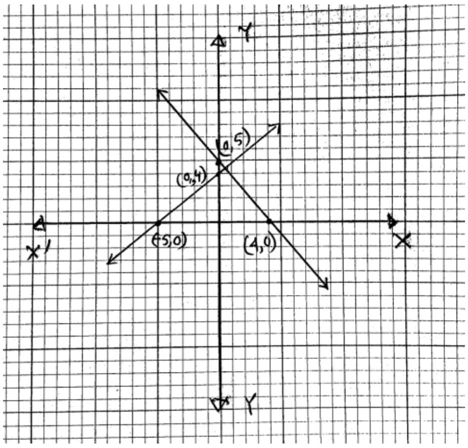
$\Delta\Delta PQR$ এ PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N ।
M, N যোগ করি । প্রমাণ করতে হবে যে, $MN = \frac{1}{2}QR$
প্রমাণ ঃ ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে,
$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM}$...... (i)
এবং $\overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR} - \overrightarrow{PQ}$...... (ii)
কিন্তু $\overrightarrow{PR} = 2\overrightarrow{PN}$ এবং $\overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{PM}$ [PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N]</td></tr>
</table>

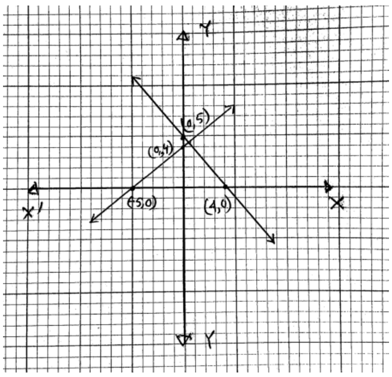
<table>
<tr><td></td><td></td><td>২</td><td>ভেক্টরের চিহ্নিত চিত্রসহ ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজবিধি প্রয়োগ করতে</td><td>
$\Delta\Delta PQR$ এ PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N।
M, N যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $MN=\frac{1}{2}QR$
প্রমাণ ঃভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে, $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{PN}-\overrightarrow{PM}$....(i)এবং $\overrightarrow{QR}=\overrightarrow{PR}-\overrightarrow{PQ}$...... (ii)</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>১</td><td>ভেক্টরের চিহ্নসহ চিত্র আঁকতে</td><td></td></tr>
<tr><td>৫ গ</td><td>কঠিন</td><td>৪</td><td>ভেক্টরের মাধ্যমে $DE=\frac{1}{2}(QR-MN)$ প্রমাণ করতে</td><td>
QRNM ট্রাপিজিয়ামের QR ও MN সমান্তরাল বাহু এবং QN ও MR কর্ণের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E। প্রমাণ করতে হবে যে, $DE=\frac{1}{2}(QR-MN)$
প্রমাণ ঃধরি,কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুর সাপেক্ষে Q, R, N, M বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{q}$, $\underline{r}$, $\underline{n}$, $\underline{m}$.
$\overrightarrow{QR}=\underline{r}-\underline{q}$ ও $\overrightarrow{MN}=\underline{n}-\underline{m}$
D বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $=\frac{1}{2}(\underline{q}+\underline{n})$ ও E বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $=\frac{1}{2}(\underline{r}+\underline{m})$
$\therefore \overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}(\underline{r}+\underline{m})-\frac{1}{2}(\underline{q}+\underline{n}) \quad =\frac{1}{2}\{(\underline{r}-\underline{q})-(\underline{n}-\underline{m})\}$
$\therefore \overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{QR}-\overrightarrow{MN}\right)$ এখন, $\left|\overrightarrow{DE}\right|=\frac{1}{2}\left(\left|\overrightarrow{QR}\right|-\left|\overrightarrow{MN}\right|\right)$ $\therefore DE=\frac{1}{2}(QR-MN)$ [প্রমাণিত]</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>৩</td><td>ভেক্টরের মাধ্যমে $DE=\frac{1}{2}(QR-MN)$ প্রমাণ করার জন্য D ও E বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর নির্ণয় করতে</td><td>
QRNM ট্রাপিজিয়ামের QR ও MN সমান্তরাল বাহু এবং QN ও MR কর্ণের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E। প্রমাণ করতে হবে যে, $DE=\frac{1}{2}(QR-MN)$
প্রমাণ ঃ ধরি,কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুর সাপেক্ষে Q, R, N, M বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{q}$, $\underline{r}$, $\underline{n}$, $\underline{m}$.
$\overrightarrow{QR}=\underline{r}-\underline{q}$ ও $\overrightarrow{MN}=\underline{n}-\underline{m}$
D বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $=\frac{1}{2}(\underline{q}+\underline{n})$ ও E বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $=\frac{1}{2}(\underline{r}+\underline{m})$</td></tr>
</table>

		২	ভেক্টরের মাধ্যমে $DE=\frac{1}{2}(QR-MN)$ প্রমাণ করার জন্য $\overrightarrow{QR}=\underline{r}-\underline{q}$ ও $\overrightarrow{MN}=\underline{n}-\underline{m}$ নির্ণয় করতে	 QRNM ট্রাপিজিয়ামের QR ও MN সমান্তরাল বাহু এবং QN ও MR কর্ণের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E । প্রমাণ করতে হবে যে, $DE=\frac{1}{2}(QR-MN)$ প্রমাণ ঃ ধরি,কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুর সাপেক্ষে Q, R, N, M বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{q}$, $\underline{r}$, $\underline{n}$, $\underline{m}$. $\overrightarrow{QR}=\underline{r}-\underline{q}$ ও $\overrightarrow{MN}=\underline{n}-\underline{m}$
		১	ভেক্টরের চিহ্নসহ চিত্র আঁকতে	

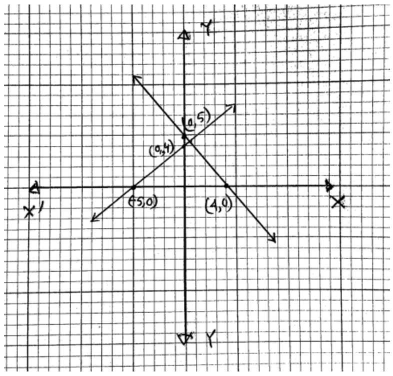
<u>৬নং প্রশ্নের উত্তর</u>

প্রশ্ন নং	দক্ষতা	নম্বর	শিক্ষার্থীরা পারবে	প্রত্যাশিত উত্তরের নমুনা
৬ ক	সহজ	২	চিত্রসহ নৈকতলীয় রেখার অন্তর্গত কোণের সংজ্ঞা লিখতে	নৈকতলীয় রেখার অন্তর্গত কোণঃ দুইটি নৈকতলীয় রেখার অন্তর্গত কোণ তাদের যেকোনো একটি ও তার উপরস্থ কোনো বিন্দু থেকে অঙ্কিত অপরটির সমান্তরাল রেখার অন্তর্গত কোণের সমান । অথবা, দুইটি নৈকতলীয় রেখার প্রত্যেকের সমান্তরাল দুইটি রেখা কোনো বিন্দুতে অঙ্কন করলে ঐ বিন্দুতে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ নৈকতলীয় রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত কোণের সমান ।  চিত্রে, AB ও CD দুইটি নৈকতলীয় রেখা । যেকোনো O বিন্দুতে AB ও CD এর সমান্তরাল যথাক্রমে OP ও OQ রেখাদ্বয় অঙ্কন করলে $\angle POQ$ ই AB ও CD এর অন্তর্গত কোণ নির্দেশ করবে ।
		১	নৈকতলীয় রেখার অন্তর্গত কোণের সংজ্ঞা লিখতে / সঠিক চিত্র আঁকতে	নৈকতলীয় রেখার অন্তর্গত কোণঃ দুইটি নৈকতলীয় রেখার অন্তর্গত কোণ তাদের যেকোনো একটি ও তার উপরস্থ কোনো বিন্দু থেকে অঙ্কিত অপরটির সমান্তরাল রেখার অন্তর্গত কোণের সমান । **অথবা,** দুইটি নৈকতলীয় রেখার প্রত্যেকের সমান্তরাল দুইটি রেখা কোনো বিন্দুতে অঙ্কন করলে ঐ বিন্দুতে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ নৈকতলীয় রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত কোণের সমান । <u>অথবা</u>, 
৬ খ	মধ্যম	৪	দুইটি সমীকরণের ঢালদ্বয়ের গুণফল ও লেখচিত্র অঙ্কন করে সরলরেখাদ্বয় পরস্পরের লম্ব প্রমাণ করতে	(i) নং সমীকরণঃ $5x+4y-20=0$ বা, $4y=-5x+20$ বা, $y=-\frac{5}{4}x+5$ বা, $y=m_1x+c$ যেখানে, $m_1=-\frac{5}{4}$ (ii) নং সমীকরণ ঃ $4x-5y=20$ বা, $5y=4x-20$ বা, $y=\frac{4}{5}x-4$ বা, $y=m_2x+c$ যেখানে,$m_2=\frac{4}{5}$ ঢালদ্বয়ের গুণফল, $m_1m_2=-\frac{5}{4}\times\frac{4}{5}=-1$ $\therefore$ সুতরাং সরলরেখা দুইটি পরস্পর লম্ব ।

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>লেখচিত্রের মাধ্যমে সত্যতা যাচাই:


$5x + 4y - 20 = 0$ বা, $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1$
রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A (4, 0) এবং B(0,5) বিন্দুতে ছেদ করে ।
আবার, $4x - 5y + 20 = 0$
বা, $\frac{x}{-5} + \frac{y}{4} = 1$ যা x ও y অক্ষকে যথাক্রমে C (–5, 0) এবং D(0,4) বিন্দুতে ছেদ করে ।
A,B এবং C,D যোগ করে AB এবং CD রেখা পাওয়া গেল । লেখচিত্র থেকে দেখা যায় যে, AB এবং CD রেখা পরস্পরের উপর লম্ব ।</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>৩</td><td>দুইটি সমীকরণের ঢালদ্বয়ের গুণফল নির্ণয় করে সরলরেখাদ্বয় পরস্পরের লম্ব প্রমাণ করতে</td><td>i) নং সমীকরণঃ $5x + 4y - 20 = 0$ বা, $4y = -5x + 20$
বা, $y = -\frac{5}{4}x + 5$ বা, $y = m_1x + c$ যেখানে, $m_1 = -\frac{5}{4}$
(ii) নং সমীকরণ ঃ $4x - 5y = 20$ বা, $5y = 4x - 20$
বা, $y = \frac{4}{5}x - 4$ বা, $y = m_2x + c$ যেখানে, $m_2 = \frac{4}{5}$
ঢালদ্বয়ের গুণফল, $m_1m_2 = -\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = -1 \therefore$ সুতরাং সরলরেখা দুইটি পরস্পর লম্ব ।</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>২</td><td>দুইটি সমীকরণের ঢালদ্বয়ের গুণফল, $m_1m_2 = -1$ নির্ণয় করতে
/ লেখচিত্রের মাধ্যমে সত্যতা যাচাই করতে</td><td>(i) নং সমীকরণঃ
$5x + 4y - 20 = 0$ বা, $4y = -5x + 20$বা, $y = -\frac{5}{4}x + 5$ বা, $y = m_1x + c$ যেখানে, $m_1 = -\frac{5}{4}$
(ii) নং সমীকরণ ঃ
$4x - 5y = 20$ বা, $5y = 4x - 20$ বা, $y = \frac{4}{5}x - 4$ বা, $y = m_2x + c$ যেখানে, $m_2 = \frac{4}{5}$
ঢালদ্বয়ের গুণফল, $m_1m_2 = -\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = -1$
<u>অথবা,</u>
লেখচিত্রের মাধ্যমে সত্যতা যাচাই:


$5x + 4y - 20 = 0$ বা, $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1$
রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A (4, 0) এবং B(0,5) বিন্দুতে ছেদ করে ।
আবার, $4x - 5y + 20 = 0$
বা, $\frac{x}{-5} + \frac{y}{4} = 1$ যা x ও y অক্ষকে যথাক্রমে C (–5, 0) এবং D(0,4) বিন্দুতে ছেদ করে ।
A,B এবং C,D যোগ করে AB এবং CD রেখা পাওয়া গেল । লেখচিত্র থেকে দেখা যায় যে, AB এবং CD রেখা পরস্পরের উপর লম্ব ।</td></tr>
</table>

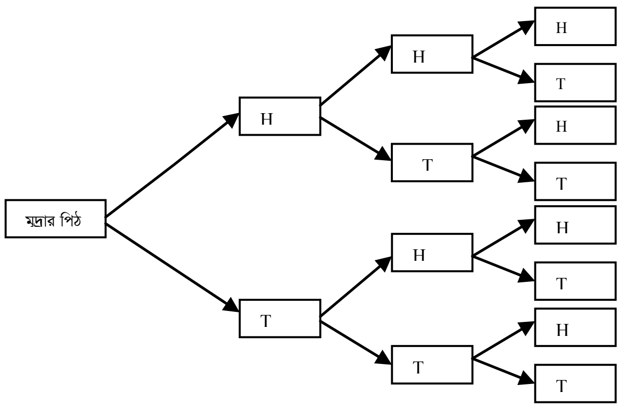
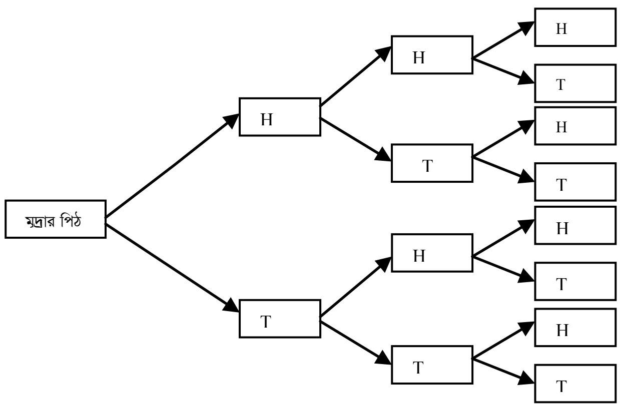
		১	(i) নং সমীকরণের ঢাল নির্ণয় / (ii) নংসমীকরণের ঢাল নির্ণয় করতে / দুটি সরলরেখার ঢালদ্বয়ের গুণফল -1 হলে তারা পরস্পর লম্ব হবে লিখতে/ লেখচিত্র আঁকতে	(i) নং সমীকরণঃ $5x + 4y - 20 = 0$ বা, $4y = -5x + 20$ বা, $y = -\frac{5}{4}x + 5$ বা, $y = m_1x + c$ যেখানে ঢাল, $m_1 = -\frac{5}{4}$ অথবা, (ii) নং সমীকরণ ঃ $4x - 5y = 20$ বা, $5y = 4x - 20$ বা, $y = \frac{4}{5}x - 4$ বা, $y = m_2x + c$ যেখানে ঢাল, $m_2 = \frac{4}{5}$ অথবা, ঢালদ্বয়ের গুণফল, $m_1m_2 = -\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = -1$ অথবা, 
৬ গ	কঠিন	৪	(i) নং সরলরেখা অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল 10 বর্গএকক প্রমাণ করতে	$5x + 4y - 20 = 0$ বা, $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1$ $\therefore$ x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A (4, 0) এবং B(0,5) বিন্দুতে ছেদ করে। মূলবিন্দু O(0,0) ΔAOB এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক $= \frac{1}{2}\{(20+0+0)-(0+0+0)\}$ বর্গ একক $= \frac{1}{2} \times 20$ বর্গ একক $= 10$ বর্গ একক
		৩	(i) নং সরলরেখা অক্ষদ্বয়কে যে যে বিন্দুতে ছেদ করে সেই বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীতে বিবেচনা করে সূত্রে স্থাপন করে নির্ণায়কের নিয়ম প্রয়োগ করতে	$5x + 4y - 20 = 0$ বা, $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1$ যা x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A (4, 0) এবং B(0,5) বিন্দুতে ছেদ করে।এবং মূলবিন্দু O(0,0) ΔAOB এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক $= \frac{1}{2}\{(20+0+0)-(0+0+0)\}$ বর্গ একক
		২	(i) নং সরলরেখা অক্ষদ্বয়কে যে যে বিন্দুতে ছেদ করে সেই বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীতে বিবেচনা করে সূত্রে স্থাপন করতে	$5x + 4y - 20 = 0$ বা, $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1$ $\therefore$ x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A (4, 0) এবং B(0,5) বিন্দুতে ছেদ করে। এবং মূলবিন্দু O(0,0) ΔAOB এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক
		১	সরল রেখা দ্বারা অক্ষদ্বয়ের ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করতে	$5x + 4y - 20 = 0$ বা, $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1$ $\therefore$ x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A (4, 0) এবং B(0,5) বিন্দুতে ছেদ করে।

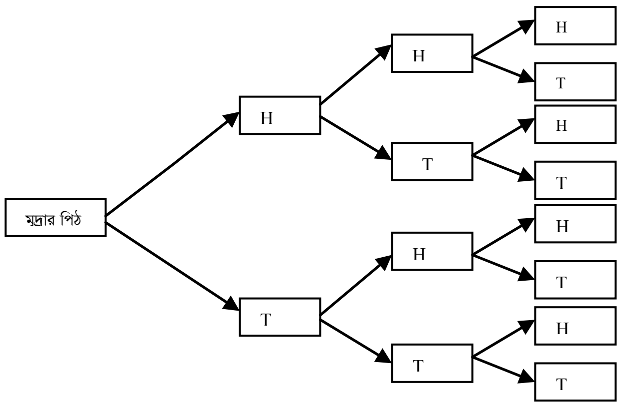
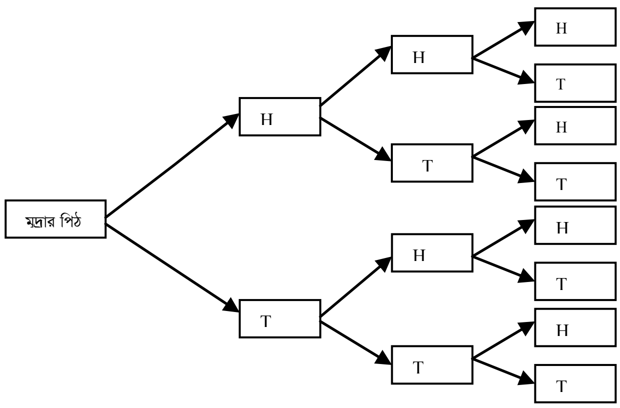
৭ নং প্রশ্নের উত্তর

প্রশ্ন নং	দক্ষতা	নম্বর	শিক্ষার্থীরা পারবে	প্রত্যাশিত উত্তরের নমুনা
৭ক	সহজ	২	$\sec\theta-\tan\theta$ নির্ণয় করতে	দেওয়া আছে, $\tan\theta+\sec\theta=P$ আমরা জানি, $\sec^2\theta=1+\tan^2\theta$ বা, $\sec^2\theta-\tan^2\theta=1$ বা, $(\sec\theta+\tan\theta)(\sec\theta-\tan\theta)=1$ বা, $P(\sec\theta-\tan\theta)=1$ বা, $\sec\theta-\tan\theta=\dfrac{1}{P}$
		১	$\sec\theta-\tan\theta$ নির্ণয় করার জন্য $\sec^2\theta=1+\tan^2\theta$ প্রয়োগ করতে	আমরা জানি, $\sec^2\theta=1+\tan^2\theta$ বা, $\sec^2\theta-\tan^2\theta=1$
৭খ	মধ্যম	৪	সঠিকভাবে $\cos\theta=\dfrac{2p}{p^2+1}$ প্রমাণ করতে	দেয়া আছে, $\tan\theta+\sec\theta=P$ বা, $(\tan\theta+\sec\theta)^2=p^2$ [বর্গ করে] বা, $\left(\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}+\dfrac{1}{\cos\theta}\right)^2=p^2$ বা, $\left(\dfrac{\sin\theta+1}{\cos\theta}\right)^2=p^2$ বা, $\dfrac{(\sin\theta+1)^2}{\cos^2\theta}=p^2$ বা, $\dfrac{(\sin\theta+1)^2}{1-\sin^2\theta}=p^2$ বা, $\dfrac{\sin\theta+1}{1-\sin\theta}=p^2$ বা, $\dfrac{\sin\theta+1+1-\sin\theta}{\sin\theta+1-1+\sin\theta}=\dfrac{p^2+1}{p^2-1}$ বা, $\dfrac{2}{2\sin\theta}=\dfrac{p^2+1}{p^2-1}$ বা, $\dfrac{1}{\sin\theta}=\dfrac{p^2+1}{p^2-1}$ বা, $\sin\theta=\dfrac{p^2-1}{p^2+1}$ বা, $\sin^2\theta=\dfrac{(p^2-1)^2}{(p^2+1)^2}$ বা, $1-\cos^2\theta=\dfrac{(p^2-1)^2}{(p^2+1)^2}$ বা, $\cos^2\theta=1-\dfrac{(p^2-1)^2}{(p^2+1)^2}$ বা, $\cos^2\theta=\dfrac{(p^2+1)^2-(p^2-1)^2}{(p^2+1)^2}$ বা, $\cos^2\theta=\dfrac{4p^2}{(p^2+1)^2}$ $\therefore$ $\cos\theta=\dfrac{2p}{p^2+1}$ [proved.]
		৩	সঠিকভাবে $\cos\theta=\dfrac{2p}{p^2+1}$ প্রমাণ করার জন্য $\sin\theta=\dfrac{p^2-1}{p^2+1}$ বের করতে	দেওয়া আছে, $\tan\theta+\sec\theta=P$ বা, $(\tan\theta+\sec\theta)^2=p^2$ [বর্গ করে] বা, $\left(\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}+\dfrac{1}{\cos\theta}\right)^2=p^2$ বা, $\left(\dfrac{\sin\theta+1}{\cos\theta}\right)^2=p^2$ বা, $\dfrac{(\sin\theta+1)^2}{\cos^2\theta}=p^2$ বা, $\dfrac{(\sin\theta+1)^2}{1-\sin^2\theta}=p^2$ বা, $\dfrac{\sin\theta+1}{1-\sin\theta}=p^2$ বা, $\dfrac{\sin\theta+1+1-\sin\theta}{\sin\theta+1-1+\sin\theta}=\dfrac{p^2+1}{p^2-1}$ বা, $\dfrac{2}{2\sin\theta}=\dfrac{p^2+1}{p^2-1}$ বা, $\dfrac{1}{\sin\theta}=\dfrac{p^2+1}{p^2-1}$ বা, $\sin\theta=\dfrac{p^2-1}{p^2+1}$
		২	সঠিকভাবে $\cos\theta=\dfrac{2p}{p^2+1}$ প্রমাণ করার জন্য $\dfrac{\sin\theta+1}{1-\sin\theta}=p^2$ বের করতে	দেয়া আছে, $\tan\theta+\sec\theta=P$ বা, $(\tan\theta+\sec\theta)^2=p^2$ [বর্গ করে] বা, $\left(\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}+\dfrac{1}{\cos\theta}\right)^2=p^2$ বা, $\left(\dfrac{\sin\theta+1}{\cos\theta}\right)^2=p^2$ বা, $\dfrac{(\sin\theta+1)^2}{\cos^2\theta}=p^2$ বা, $\dfrac{(\sin\theta+1)^2}{1-\sin^2\theta}=p^2$ বা, $\dfrac{\sin\theta+1}{1-\sin\theta}=p^2$
		১	$\tan\theta+\sec\theta=P$ হতে $(\tan\theta+\sec\theta)^2=p^2$ লিখতে	দেওয়া আছে, $\tan\theta+\sec\theta=P$ বা, $(\tan\theta+\sec\theta)^2=p^2$ [বর্গ করে]
			$0<\theta<2\pi$ সীমার মধ্যে θ এর সকল মান	দেয়া আছে, $Q=\cot^2\theta+\cos ec^2\theta$

৭ গ	কঠিন	৪	নির্ণয় করতে	যেহেতু $Q=3$ $\therefore$ $\cot^2\theta+\cos ec^2\theta=3$ বা, $\cot^2\theta+1+\cot^2\theta=3$ বা, $2\cot^2\theta=2$ বা, $\cot\theta=\pm1$ $\therefore$ $\cot\theta=1$ অথবা $\cot\theta=-1$ $\cot\theta=1$ হলে, $\cot\theta=1$ বা, $\cot\theta=\cot\frac{\pi}{4}$ বা, $\theta=\frac{\pi}{4}$ $\cot\theta=1$ বা, $\cot\theta=\cot\frac{\pi}{4}$ বা, $\cot\theta=\cot\left(2\cdot\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$ $\therefore$ $\theta=\frac{5\pi}{4}$ আবার, $\cot\theta=-1$ হলে, $\cot\theta=-1$ বা, $\cot\theta=-\cot\frac{\pi}{4}$ বা, $\cot\theta=\cot\left(2\cdot\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)$ $\therefore$ $\theta=\frac{3\pi}{4}$ $\cot\theta=-1$ বা, $\cot\theta=-\cot\frac{\pi}{4}$ বা, $\cot\theta=\cot\left(4\cdot\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)$ $\therefore$ $\theta=\frac{7\pi}{4}$ নির্ণেয় সমাধান, $\theta=\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4},\frac{7\pi}{4}$
		৩	$\cot\theta=1$ অথবা , $\cot\theta=-1$ এর জন্য θ এর দুইটি মান নির্ণয় করতে	দেওয়া আছে, $Q=\cot^2\theta+\cos ec^2\theta$ যেহেতু $Q=3$ $\therefore$ $\cot^2\theta+\cos ec^2\theta=3$ বা, $\cot^2\theta+1+\cot^2\theta=3$ বা, $2\cot^2\theta=2$ বা, $\cot\theta=\pm1$ $\therefore$ $\cot\theta=1$ অথবা $\cot\theta=-1$ $\cot\theta=1$ হলে, $\cot\theta=1$ বা, $\cot\theta=\cot\frac{\pi}{4}$ বা, $\theta=\frac{\pi}{4}$ $\cot\theta=1$ বা, $\cot\theta=\cot\frac{\pi}{4}$ বা, $\cot\theta=\cot\left(2\cdot\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$ $\therefore$ $\theta=\frac{5\pi}{4}$ অথবা, $\cot\theta=-1$ হলে, $\cot\theta=-1$ বা, $\cot\theta=-\cot\frac{\pi}{4}$ বা, $\cot\theta=\cot\left(2\cdot\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)$ $\therefore$ $\theta=\frac{3\pi}{4}$ $\cot\theta=-1$ বা, $\cot\theta=-\cot\frac{\pi}{4}$ বা, $\cot\theta=\cot\left(4\cdot\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)$ $\therefore$ $\theta=\frac{7\pi}{4}$
		২	$\cot\theta=1$ অথবা , $\cot\theta=-1$ নির্ণয় করতে	দেওয়া আছে, $Q=\cot^2\theta+\cos ec^2\theta$ যেহেতু $Q=3$ $\therefore$ $\cot^2\theta+\cos ec^2\theta=3$ বা, $\cot^2\theta+1+\cot^2\theta=3$ বা, $2\cot^2\theta=2$ বা, $\cot\theta=\pm1$ $\therefore$ $\cot\theta=1$ অথবা $\cot\theta=-1$
		১	সূত্র প্রয়োগ করে প্রদত্ত সমীকরণকে একই ত্রিকোণমিতিক অনুপাতে প্রকাশ করতে	দেওয়া আছে, $Q=\cot^2\theta+\cos ec^2\theta$ যেহেতু $Q=3$ $\therefore$ $\cot^2\theta+\cos ec^2\theta=3$ বা, $\cot^2\theta+1+\cot^2\theta=3$

৮ নং প্রশ্নের উত্তর

প্রশ্ন নং	দক্ষতা	নম্বর	শিক্ষার্থীরা পরবে	প্রত্যাশিত উত্তরের নমুনা
৮ক		২	কোনো ঘটনার সম্ভাবনার মান 0 হতে 1 এর মধ্যে থাকে, তা দেখাতে	আমরা জানি, কোনো ঘটনার সম্ভাবনা = $\dfrac{\text{উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$ কোনো পরীক্ষণে কোনো ঘটনা ঘটার অনুকুল ফলাফল সর্বনিম্ন 0 (শূন্য) এবং সর্ব্বোচ্চ n হতে পারে । যখন কোনো ঘটনার অনুকূল ফলাফলের মান 0 (শূন্য) হয় তখন সম্ভাবনার মান 0 হয় । আর যখন কোনো ঘটনার অনুকূল ফলাফলের মান n হয় তখন সম্ভাবনার মান 1 হয় । অতএব কোনো ঘটনার সম্ভাবনার মান 0 হতে 1 হতে পারে ।(দেখানো হলো)
	সহজ	১	সম্ভাবনা নির্ণয়ের সূত্র লিখতে	আমরা জানি, কোনো ঘটনার সম্ভাবনা = $\dfrac{\text{উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$
৮খ		৪	Probability tree অঙ্কন ও নমুনা ক্ষেত্র তৈরি করে সম্ভাবনা নির্ণয় করতে/ একটি ঘটনা বিবেচনায় এনে সম্ভাবনার মান শূন্য নির্ণয় করতে	একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ পরীক্ষায় মোট ফলাফল নিম্নের Probability tree এর মাধ্যমে দেখানো হলো-  $\therefore$ নমুনাক্ষেত্র = {HHH , HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT} (i) তিনটিই হেড (3H) পাওয়ার অনুকূল ঘটনা { HHH }= 1 টি অনুকূল ফলাফল = 1 এবং সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল = 8 $\therefore$ তিনটিই হেড (3H) পাওয়ার সম্ভাবনা = $\dfrac{1}{8}$ (ii) কমপক্ষে একটি টেল (1T) পাওয়ার অনুকূল ঘটনাগুলো {HHH , HHT, HTH, HTT, THH, THT,TTH}= 7 টি অনুকূল ফলাফল = 7 এবং সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল = 8 $\therefore$ কমপক্ষে একটি টেল (1T) পাওয়ার সম্ভাবনা = $\dfrac{7}{8}$ অথবা, অনুকূল ফলাফল = 0 এবং সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল = 8 তিনটিই হেড (3H) ও কমপক্ষে একটি টেল (1T) পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{0}{8} = 0$
	মধ্যম	৩	Probability tree অঙ্কন ও নমুনা ক্ষেত্র তৈরি করে তিনটিই হেড (3H) পাওয়ার সম্ভাবনা অথবা, কমপক্ষে একটি টেল (1T) পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করতে	একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ পরীক্ষায় মোট ফলাফল নিম্নের Probability tree এর মাধ্যমে দেখানো হলো-  $\therefore$ নমুনাক্ষেত্র = {HHH , HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

				(i) তিনটিই হেড (3H) পাওয়ার অনুকূল ঘটনা { HHH }= 1 টি অনুকূল ফলাফল = 1 এবং সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল = 8 $\therefore$ তিনটিই হেড (3H) পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{1}{8}$ অথবা (ii) কমপক্ষে একটি টেল (1T) পাওয়ার অনুকূল ঘটনাগুলো {HHH , HHT, HTH, HTT, THH, THT,TTH}= 7 টি অনুকূল ফলাফল = 7 এবং সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল = 8 $\therefore$ কমপক্ষে একটি টেল (1T) পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{7}{8}$
		২	Probability tree অঙ্কন ও নমুনা ক্ষেত্র তৈরি করতে	একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ পরীক্ষায় মোট ফলাফল নিম্নের Probability tree এর মাধ্যমে দেখানো হলো-  $\therefore$ নমুনাক্ষেত্র = {HHH , HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}
		১	Probability tree অঙ্কন করতে / নমুনা ক্ষেত্র তৈরি করতে	একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ পরীক্ষায় মোট ফলাফল নিম্নের Probability tree এর মাধ্যমে দেখানো হলো-  অথবা, নমুনাক্ষেত্র = {HHH , HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

প্রশ্ন নং	দক্ষতা	নম্বর	শিক্ষার্থীরা পরবে	প্রত্যাশিত উত্তরের নমুনা
৮ গ	কঠিন	৪	একটি মুদ্রা n সংখ্যকবার নিক্ষেপের ক্ষেত্রে সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল 2^n দেখাতে	আমরা জানি , একটি মুদ্রায় দুটি পিঠ যেমন H এবং T থাকে । অর্থাৎ একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করলে সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল হবে 2 বা 2^1 আবার, একটি মুদ্রা দুইবার নিক্ষেপ করলে সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল হবে 4 বা 2^2 আবার, একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ করলে সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল হবে 8 বা 2^3 $\therefore$ অনুরুপভাবে বলা যায়, একটি মুদ্রা n সংখ্যকবার নিক্ষেপ করলে সম্ভাব্য ফলাফল হবে 2^n [দেখানো হলো ।]
		৩	একটি মুদ্রা একবার , দুইবার ও তিনবার নিক্ষেপের ক্ষেত্রে সমগ্র ফলাফল নির্ণয় করতে	আমরা জানি , একটি মুদ্রায় দুটি পিঠ যেমন H এবং T থাকে । অর্থাৎ একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করলে সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল হবে 2 বা 2^1 আবার, একটি মুদ্রা দুইবার নিক্ষেপ করলে সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল হবে 4 বা 2^2 আবার, একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ করলে সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল হবে 8 বা 2^3

		২	একটি মুদ্রা একবার , দুইবার ও তিনবার নিক্ষেপের ক্ষেত্রে যেকোনো দুইটি ঘটনার সমগ্র ফলাফল নির্ণয় করতে	আমরা জানি , একটি মুদ্রায় দুটি পিঠ যেমন H এবং T থাকে । অর্থাৎ একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করলে সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল হবে 2 বা 2^1 আবার, একটি মুদ্রা দুইবার নিক্ষেপ করলে সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল হবে 4 বা 2^2 **অথবা** , একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ করলে সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল হবে 8 বা 2^3
		১	একটি মুদ্রা একবার , দুইবার ও তিনবার নিক্ষেপের ক্ষেত্রে যেকোনো একটি ঘটনার সমগ্র ফলাফল নির্ণয় করতে	আমরা জানি , একটি মুদ্রায় দুটি পিঠ যেমন H এবং T থাকে । অর্থাৎ একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করলে সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল হবে 2 বা 2^1 অথবা , একটি মুদ্রা দুইবার নিক্ষেপ করলে সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল হবে 4 বা 2^2 অথবা , একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ করলে সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল হবে 8 বা 2^3